

PENDULO ISOCRONO

Carlos Enrique Hernández Anguiano

Rafael Augusto Vázquez Reveles

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Circuito Exterior SN, Ciudad de México, México, C.P. 04510.

Resumen

En este trabajo se estudió el comportamiento de un péndulo cicloidal inspirado en aquel propuesto por Huygens. Para ello se construyó un sistema experimental cuya trayectoria estuvo determinada por guías cicloidales, con el propósito de analizar cómo la geometría del movimiento modifica el comportamiento temporal del péndulo. Para estudiar este fenómeno, se registró el movimiento del péndulo cicloidal mediante el software Tracker, obteniendo las ecuaciones de movimiento para diferentes amplitudes iniciales. Además, se construyó un péndulo simple de la misma longitud, con el fin de establecer una comparación directa entre ambos sistemas y evaluar la variación del periodo bajo condiciones equivalentes. De nuestros resultados sobre el péndulo cicloidal se concluye que la masa del péndulo soltada desde el reposo desde diferentes alturas determinadas por las guías cicloidales alcanza una misma posición en el mismo instante de tiempo, lo que constituye una evidencia experimental clara de su comportamiento tautócrono. De manera cuantitativa, el periodo del péndulo cicloidal presentó una variación de apenas 0.78%, mientras que el péndulo simple mostró una variación de 6.90 %.

Introducción

La historia del péndulo como instrumento para medir el tiempo comienza alrededor de 1600 con Galileo Galilei. Según relató su alumno y primer biógrafo, Galileo observó las propiedades casi isócronas de una lámpara oscilante en la catedral de Pisa. Usando su pulso como referencia temporal, concluyó que las oscilaciones amplias y pequeñas parecían tardar el mismo tiempo en completarse. Más tarde, utilizó el péndulo como referencia temporal en sus experimentos, con el propósito de estudiar la aceleración natural de los cuerpos.

A partir de experimentos con masas de plomo y corcho, Galileo concluyó que la masa del cuerpo suspendido no afectaba de manera apreciable el periodo del péndulo, aunque la resistencia del aire sí reducía más rápidamente la amplitud de oscilación en cuerpos menos densos, como el corcho.

Experimentos posteriores mostraron que la longitud de la suspensión determina el periodo. Además, la relación entre longitud y periodo no es lineal: para duplicar el periodo de un

péndulo, la longitud debe multiplicarse por cuatro. Galileo también intentó cuantificar el periodo contando oscilaciones durante intervalos largos. En una carta a Giovanni Battista Baliani, describió un experimento en el que, entre dos tránsitos sucesivos de una estrella brillante, se contaron 234 567 oscilaciones en 24 horas, lo que sugería un periodo cercano a un tercio de segundo.

Sin embargo, estas mediciones manuales eran difíciles de reproducir con precisión. Era necesario un sistema que mantuviera y contara automáticamente las oscilaciones: un reloj de péndulo mecánico. La primera descripción publicada de un dispositivo de este tipo fue realizada por Christiaan Huygens en *Horologium* en 1658.

Para entonces ya se sabía que el péndulo simple no era perfectamente isócrono. Cuando la masa sigue un arco circular, tarda más en oscilar con amplitudes grandes que con amplitudes pequeñas. Este efecto se conoce como desviación circular. Marin Mersenne ya era consciente de esta dificultad, aunque no la resolvió experimentalmente.

Huygens encontró que un péndulo cuya masa siguiera una trayectoria cicloidal tendría el mismo tiempo de descenso independientemente de la amplitud inicial. Una cicloide es la curva descrita por un punto de la circunferencia de un círculo que rueda sin deslizar sobre una línea recta. En el caso del péndulo cicloidal, la cuerda se apoya sobre dos guías con forma de cicloide, de modo que la longitud efectiva del péndulo disminuye conforme aumenta la amplitud. Esta compensación geométrica permite que el movimiento sea isócrono en el modelo ideal.

En *Horologium Oscillatorium* de 1673, Huygens desarrolló con mayor detalle esta idea. Su diseño utilizaba dos placas metálicas curvas que guiaban la suspensión del péndulo. Gracias a este mecanismo, sus relojes redujeron el error diario de aproximadamente un minuto a cerca de diez segundos. [1]

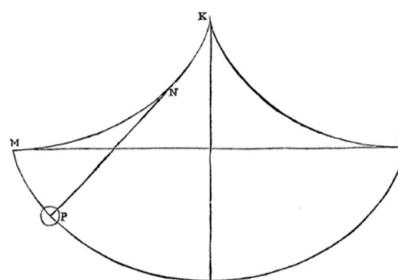


Figura 1. Dibujo original de Huygens sobre el diseño de un péndulo cicloidal [2]

La propiedad tautócrona de la cicloide se debe a que su geometría compensa exactamente la diferencia de distancia recorrida. Una partícula que parte desde una posición más alta recorre una trayectoria mayor, pero también adquiere mayor rapidez por la mayor caída vertical. En cambio, una partícula liberada más cerca del fondo recorre una distancia menor, pero alcanza una rapidez menor. En una cicloide ideal, ambos efectos se equilibran.

Esta propiedad constituye la base teórica del péndulo cicloidal. A diferencia del péndulo simple, cuyo periodo solo es aproximadamente independiente de la amplitud para oscilaciones pequeñas, el péndulo cicloidal mantiene el mismo periodo incluso para amplitudes mayores, siempre que se idealice el sistema sin fricción, sin resistencia del aire y sin pérdidas mecánicas.

Tenemos que una cicloide puede describirse mediante las ecuaciones paramétricas

$$x = a(\theta - \sin \theta), \quad (1)$$

$$y = a(1 - \cos \theta), \quad (2)$$

donde a es el radio de la circunferencia generadora y θ es el parámetro asociado a la rotación de dicha circunferencia.

Se puede deducir que para un péndulo cicloidal ideal, el tiempo desde un extremo hasta el punto más bajo es

$$T_{\text{descenso}} = \pi \sqrt{\frac{a}{g}}, \quad (3)$$

mientras que el periodo completo de oscilación es

$$T_{\text{periodo}} = 4\pi \sqrt{\frac{a}{g}}. \quad (4)$$

[3]

En el análisis fue necesario determinar las correlaciones existentes entre las variables estudiadas. Para ello, la construcción de gráficas que permitieran visualizar dichas relaciones constituyó una parte esencial.

El fundamento matemático del ajuste consiste en determinar los coeficientes del polinomio que minimizan la diferencia entre los valores experimentales y los valores predichos por la función ajustada. En SciDAVis, el ajuste de datos corresponde al método de mínimos cuadrados.

En el uso práctico de SciDAVis, el procedimiento consiste en graficar los datos experimentales, seleccionar la curva correspondiente y aplicar la opción Analysis → Quick Fit → Fit Polynomial. Posteriormente, se escoge el grado del polinomio y el intervalo de ajuste. El programa genera la curva ajustada y reporta los coeficientes obtenidos, los cuales pueden emplearse para describir matemáticamente la relación entre las variables estudiadas.

En el análisis experimental de sistemas oscilatorios, los ajustes mediante funciones seno y coseno constituyen una herramienta fundamental para describir fenómenos periódicos como el movimiento armónico simple, las oscilaciones de un péndulo o señales registradas por sensores en función del tiempo. Este tipo de comportamiento puede representarse mediante una función sinusoidal general de la forma

$$y(t) = A \sin(\omega t + \phi) + C$$

o, de manera equivalente,

$$y(t) = A \cos(\omega t + \phi) + C,$$

donde A representa la amplitud, ω la frecuencia angular, ϕ la fase inicial y C el desplazamiento vertical respecto al origen de referencia. La elección entre seno y coseno no modifica la física del sistema, ya que ambas funciones describen oscilaciones periódicas equivalentes, diferenciadas únicamente por un corrimiento de fase.

En este contexto, **SciDAVis** permite realizar ajustes no lineales a partir de datos experimentales, lo que facilita la estimación cuantitativa de los parámetros característicos del movimiento. De acuerdo con la documentación del programa, el ajuste no lineal se realiza minimizando la diferencia cuadrática entre los datos experimentales y los valores calculados por la función propuesta, es decir, mediante un criterio de mínimos cuadrados. Esta metodología es especialmente útil cuando los datos no siguen una relación lineal simple, sino una dependencia periódica donde la amplitud, la frecuencia angular, la fase y el valor medio deben obtenerse a partir del ajuste. [4]

El estudio de la tautocronía del péndulo cicloidal es relevante porque permite analizar experimentalmente una diferencia fundamental entre el péndulo simple y el péndulo cicloidal. Mientras que el péndulo simple solo presenta un periodo aproximadamente independiente de la amplitud cuando las oscilaciones son pequeñas, el péndulo cicloidal se caracteriza, en el modelo ideal, por mantener constante su periodo incluso para amplitudes mayores. Por ello, comparar ambos sistemas permite evaluar de manera directa cómo influye la geometría de la trayectoria en el comportamiento temporal de una oscilación, observar que cambia de manera significativa la dependencia del periodo respecto a la amplitud.

El **objetivo general** en este trabajo fue Estudiar la tautocronía del péndulo cicloidal

Los Objetivos particulares

Medir mediante tracker **el movimiento del pendulo cicloidal** para diferentes alturas iniciales.

Medir el periodo de oscilación del péndulo cicloidal y el periodo de oscilación del péndulo simple para diferentes amplitudes iniciales.

Comparar la variación del periodo entre el péndulo simple y el péndulo cicloidal.

Metodología

Para realizar el experimento se construyeron las guías del péndulo cicloidal, fabricadas en cartón a partir de las ecuaciones paramétricas (1) y (2). Estas guías fueron diseñadas para colocarse sobre varillas durante el montaje experimental.

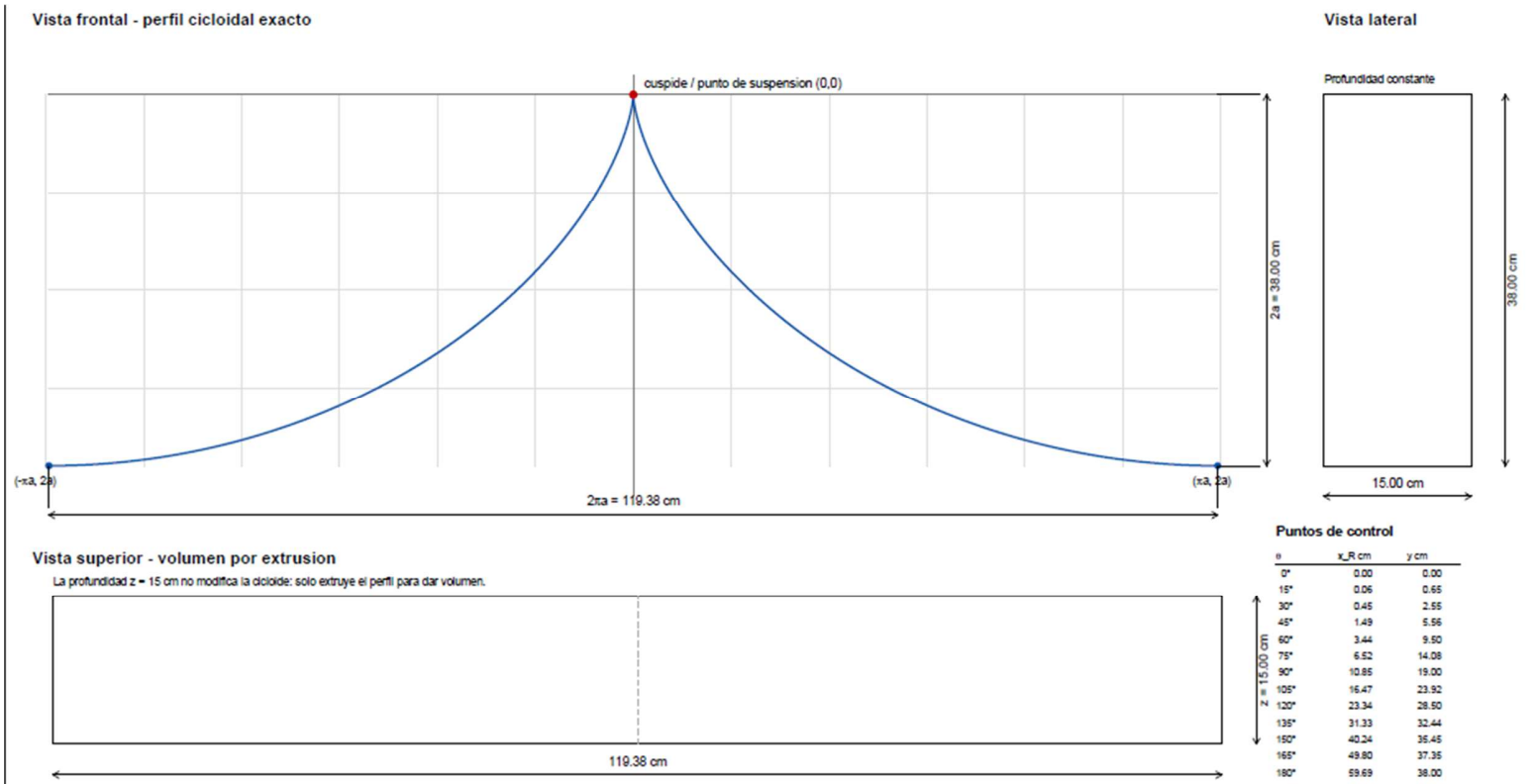


Figura 2. Muestra un esquema con las dimensiones de las guías cicloidales

Parámetro: $a = 19 \text{ cm}$ | Profundidad de extrusión: $z = 15 \text{ cm}$ | La curva se genera desde las ecuaciones paramétricas (x) (y)

Interpretación: Y positiva hacia abajo en la vista frontal; la profundidad $z=15 \text{ cm}$ es extrusión uniforme e independiente de la cicloide.

Ancho total $= 2\pi a = 119.38 \text{ cm}$, Altura frontal $2a = 38.00 \text{ cm}$ Longitud por guía $4a = 76.00 \text{ cm}$ Longitud para ambas ramas $8a = 152.00 \text{ cm}$ Profundidad $z = 15.00 \text{ cm}$

El procedimiento de construcción consistió en trazar sobre el cartón los puntos correspondientes a las coordenadas calculadas mediante las ecuaciones paramétricas de la cicloide (los cuales se muestran en la tabla x). Posteriormente, dichos puntos se unieron mediante curvas suaves, procurando conservar la geometría esperada. Como la separación

entre puntos fue suficientemente pequeña, la trayectoria construida representó una buena aproximación a la cicloide teórica.

Tabla 1. Muestra las coordenadas en cm para la construcción de las guías cicloidales por la parte frontal

x cm	y cm	x cm	y cm	x cm	y cm	x cm	y cm
0.0	0.00	0.5	2.73	1.0	4.30	1.5	5.60
2.0	6.73	2.5	7.76	3.0	8.71	3.5	9.60
4.0	10.44	4.5	11.23	5.0	11.98	5.5	12.70
6.0	13.39	6.5	14.06	7.0	14.70	7.5	15.32
8.0	15.92	8.5	16.50	9.0	17.06	9.5	17.60
10.0	18.14	10.5	18.65	11.0	19.15	11.5	19.64
12.0	20.12	12.5	20.59	13.0	21.04	13.5	21.48
14.0	21.92	14.5	22.34	15.0	22.76	15.5	23.16
16.0	23.56	16.5	23.94	17.0	24.32	17.5	24.69
18.0	25.06	18.5	25.41	19.0	25.76	19.5	26.10
20.0	26.44	20.5	26.76	21.0	27.08	21.5	27.40
22.0	27.71	22.5	28.01	23.0	28.30	23.5	28.59
24.0	28.88	24.5	29.15	25.0	29.43	25.5	29.69
26.0	29.96	26.5	30.21	27.0	30.46	27.5	30.71
28.0	30.95	28.5	31.19	29.0	31.42	29.5	31.65
30.0	31.87	30.5	32.08	31.0	32.30	31.5	32.50
32.0	32.71	32.5	32.91	33.0	33.10	33.5	33.29
34.0	33.48	34.5	33.66	35.0	33.84	35.5	34.01
36.0	34.18	36.5	34.34	37.0	34.51	37.5	34.66
38.0	34.82	38.5	34.96	39.0	35.11	39.5	35.25
40.0	35.39	40.5	35.52	41.0	35.65	41.5	35.78
42.0	35.90	42.5	36.02	43.0	36.14	43.5	36.25
44.0	36.36	44.5	36.46	45.0	36.56	45.5	36.66
46.0	36.75	46.5	36.84	47.0	36.93	47.5	37.01
48.0	37.09	48.5	37.17	49.0	37.24	49.5	37.31
50.0	37.38	50.5	37.44	51.0	37.50	51.5	37.56
52.0	37.61	52.5	37.66	53.0	37.70	53.5	37.75
54.0	37.79	54.5	37.82	55.0	37.86	55.5	37.88
56.0	37.91	56.5	37.93	57.0	37.95	57.5	37.97
58.0	37.98	58.5	37.99	59.0	38.00	59.5	38.00

Durante el montaje experimental, las guías del péndulo cicloidal se colocaron sobre dos varillas y posteriormente se niveló el sistema. Además, se instaló una tercera varilla en forma de T como referencia de altura para cada medición, con el fin de asegurar que el péndulo fuera liberado desde la misma altura inicial en todos los ensayos.



Figura 3. Se muestra el péndulo cicloidal ya armado en el laboratorio, donde se aprecian las dos varillas que los sostienen y una tercera varilla que sirvió como referencia para la altura inicial, aquí la cuerda cuelga de las guías a $167 \pm 0.1 \text{ cm}$ del suelo.

Para realizar la comparación experimental, se construyó un péndulo simple mediante un sistema formado por cuatro varillas, las cuales sujetaban el péndulo como se muestra en la figura 4. Al igual que en el montaje del péndulo cicloidal, se colocó una varilla adicional en forma de T, utilizada como referencia de altura, con el propósito de asegurar que el péndulo

fuera liberado desde la misma altura inicial en todos los ensayos.



Figura 4. Se muestra el montaje experimental del péndulo simple, en el cual se aprecian las varillas que sostienen el péndulo, la varilla utilizada como referencia de altura y la fotocompuerta que se encargó de realizar las mediciones.

El periodo para ambos casos se midió utilizando fotocompuertas y la función de péndulo del Smart timer ME 8930 (para mas detalles revisar el manual del fabricante [5])

También se empleó flexómetro para medir longitudes.

Durante el experimento fueron variables controladas la masa del cuerpo oscilante siendo $49 \pm 0.5 g$, la longitud del hilo $80 \pm 0.1 cm$, el punto de suspensión, el método de liberación, las condiciones del entorno y el instrumento de medición del tiempo.

Las alturas que se utilizaron fueron estas fueron escogidas ya que 129 era la máxima amplitud para el pendulo cicloidial y se restaron 50 cm a esta para dividirlo en 10 partes

$$129, 123, 118, 115, 113, 108, 103, 98, 93, 88 \pm 0.1 cm$$

Estas mismas amplitudes iniciales se utilizaron para ambos péndulos.

En una sesión posterior, se montó el sistema y se realizaron mediciones en video para describir el movimiento del péndulo. Se hicieron cinco lanzamientos desde diferentes alturas respecto a la mesa:

$$20, 25, 30, 35 \text{ y } 44 cm, \text{ con una incertidumbre de } \pm 0.1 cm.$$

Posteriormente, los videos fueron analizados con Tracker, obteniendo los datos necesarios para describir el movimiento del sistema.



Figura 5. Posición en la que se encontró la cámara encargada de registrar el movimiento

Análisis y resultados

A partir de los datos obtenidos para el péndulo cicloidal se construyó la gráfica correspondiente. En ella se observó que el periodo se mantuvo aproximadamente constante para las distintas amplitudes iniciales, lo cual es consistente con el comportamiento tautócrono esperado. Por esta razón, se realizó un ajuste lineal dando esta pendiente cercana a cero.

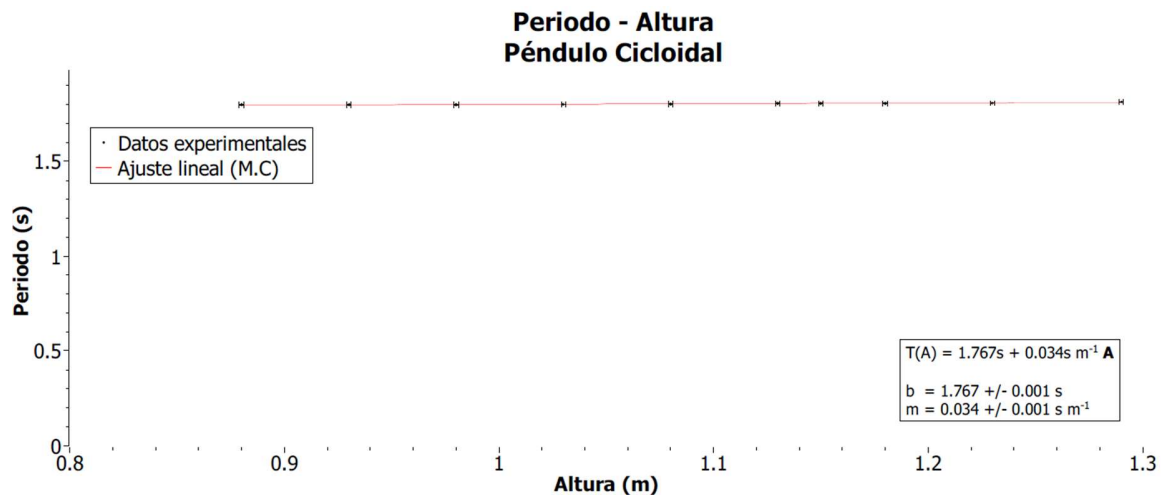


Figura 6. Se observa los datos obtenidos para los periodos en función aparece la recta $T(A) = 1.767s + 0.034s/m$
 $b = 1.767 \pm 0.001\ s$ y $m = 0.034 \pm 0.001\ s/m$

En el ajuste lineal, la ordenada al origen se interpretó como una estimación aproximada del periodo del péndulo cicloidal. Esto se debe a que, idealmente, el periodo debería permanecer constante al variar la amplitud; sin embargo, en los datos experimentales apareció una pendiente positiva. Esta desviación podría atribuirse a efectos de fricción con el aire, pérdidas mecánicas en el sistema y pequeñas imperfecciones en la construcción de las guías. Esta interpretación se respalda al comparar el resultado experimental con el cálculo teórico del periodo mediante la ecuación (4), con la cual se obtiene

$$T \approx 1.75s \quad (5)$$

A partir de todos los datos obtenidos para el péndulo simple se construyó la gráfica correspondiente. Los resultados mostraron una dependencia creciente del periodo con respecto a la amplitud. Aunque se realizó un ajuste mediante un polinomio cuadrático, este no debe interpretarse como la relación teórica del sistema, ya que los datos experimentales no proporcionan información suficiente para justificar dicha dependencia funcional. En contraste, el modelo teórico del péndulo sugiere que el periodo debe describirse mediante una expresión asociada con integrales elípticas.

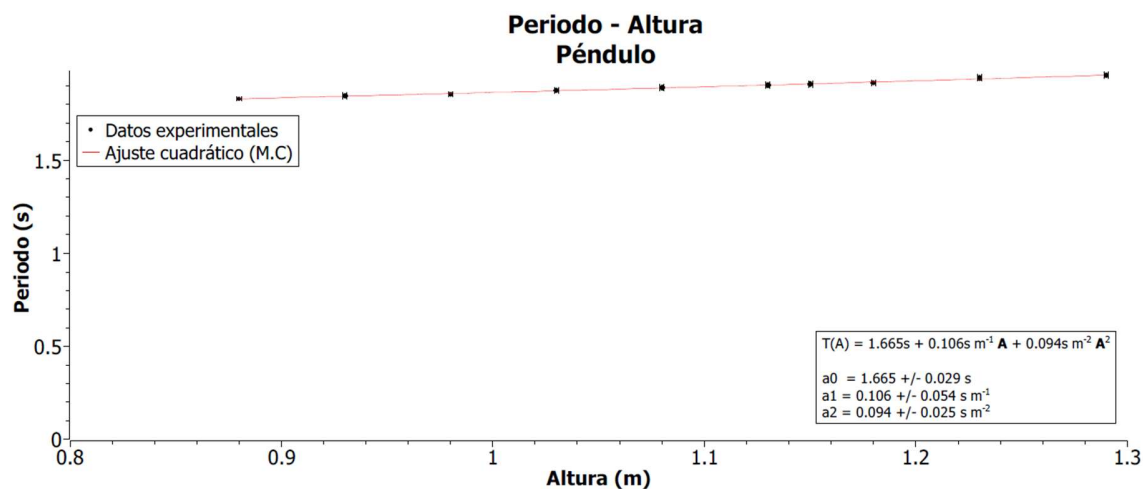


Figura 7. Se muestra la grafica con la ecuación cuadrática $T(A) = 1.665s + 0.106 \frac{s}{m} A + 0.094 m^{-2} A^2$ $a_0 = 1.665 \pm 0.029 s$, $a_1 = 0.106 \pm 0.054 \frac{s}{m}$, $a_2 = 0.094 \pm 0.025 \frac{s}{m^2}$

En el ajuste cuadrático $T(A) = a_0 + a_1 A + a_2 A^2$, el parámetro a_0 representa la ordenada al origen del modelo, aunque no debe interpretarse directamente como un periodo físico medido debido a que $A = 0$ está fuera del intervalo experimental. El coeficiente a_1 describe la contribución lineal de la altura al periodo, mientras que a_2 representa la curvatura de la relación. Al ser a_1 y a_2 positivos, el modelo indica que el periodo aumenta conforme se incrementa la altura de liberación. Esto sugiere que el péndulo simple no presenta un comportamiento tautócrono, ya que su periodo depende de la amplitud inicial.

Para comparar la variación del periodo de manera cuantitativa se calcularon los promedios para los periodos en función de la altura inicial.

Tabla 2 Se muestran los promedios para los periodos para cada altura de liberación con la incertidumbre asignada por la desviación estandar

Amplitud $A(m)$	Péndulo cicloidal $\bar{T} \pm s_T(s)$	Péndulo simple $\bar{T} \pm s_T(s)$
0.880	1.7996 ± 0.0004	1.8305 ± 0.0007
0.930	1.7994 ± 0.0004	1.8469 ± 0.0017
0.980	1.7995 ± 0.0002	1.8540 ± 0.0013
1.030	1.8003 ± 0.0003	1.8771 ± 0.0020
1.080	1.8022 ± 0.0005	1.8909 ± 0.0027
1.130	1.8050 ± 0.0007	1.9036 ± 0.0027

Amplitud $A(m)$ Péndulo cicloidal $\bar{T} \pm s_T(s)$ Péndulo simple $\bar{T} \pm s_T(s)$

1.150	1.8060 ± 0.0003	1.9106 ± 0.0031
1.180	1.8068 ± 0.0006	1.9161 ± 0.0017
1.230	1.8085 ± 0.0003	1.9417 ± 0.0034
1.290	1.8137 ± 0.0006	1.9568 ± 0.0023

Los datos muestran que el péndulo cicloidal mantiene un periodo casi constante: entre la menor y la mayor altura de liberación, el periodo promedio pasó de 1.79958 s a 1.81368 s. Esto representa un aumento de apenas 0.01410 s, equivalente aproximadamente al 0.78%.

En cambio, el péndulo simple presentó una variación mucho mayor. Para las mismas alturas, su periodo promedio aumentó de 1.83049 s a 1.95684 s, es decir, una diferencia de 0.12635 s, equivalente aproximadamente al 6.90%

Apartir de los datos obtenidos con tracker se construyeron las siguientes graficas, que describen la posición respecto el tiempo

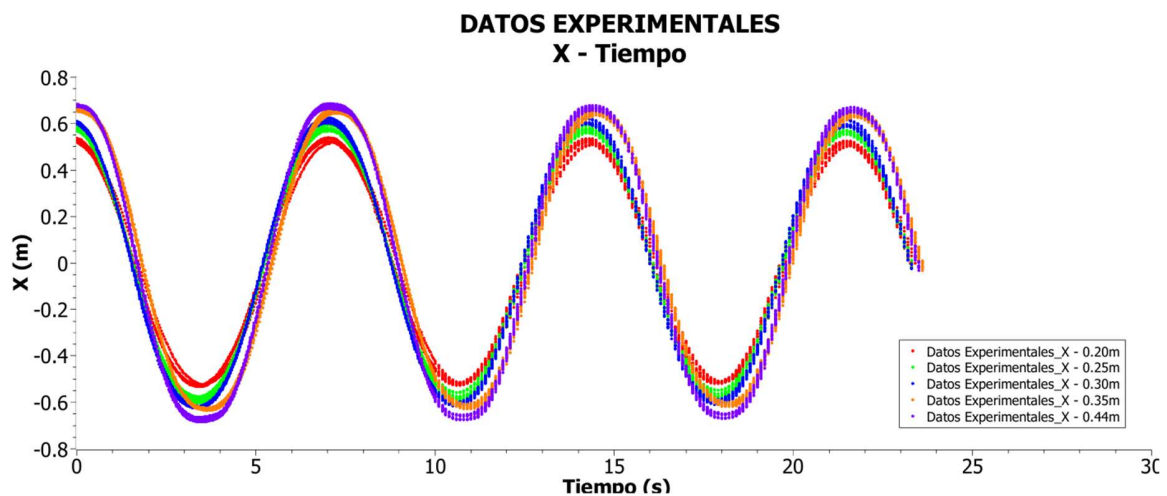


Figura 8. Datos obtenidos para los 5 diferentes lanzamientos en la posición para eje X respecto al tiempo.

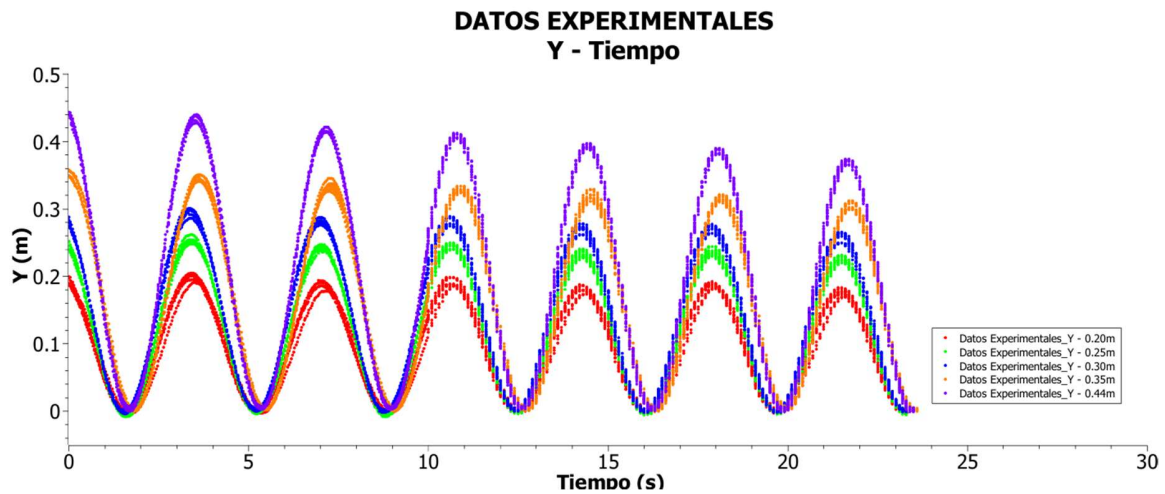


Figura 9. Datos obtenidos para los 5 diferentes lanzamientos en la posición para eje Y respecto al tiempo.

En ambos casos, las componentes de posición (X) y (Y) mostraron un comportamiento senoidal y cosenoidal. Por esta razón, se realizaron ajustes de este tipo utilizando SciDAVis.

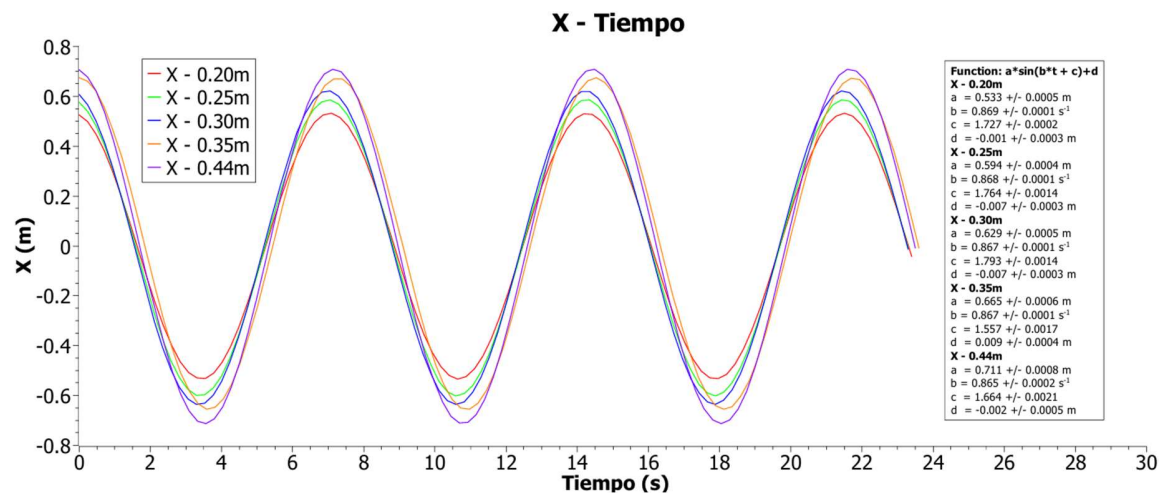


Figura 10. Ajustes senoidales en los datos obtenidos para la componente (X)

En las ecuaciones tomamos las siguientes interpretaciones en los parámetros como se muestra en la tabla X

Tabla 3. Muestra que representan los parámetros en las ecuaciones que describen la posición en la componente (X) y la interpretación física que le damos

Parámetro	Qué representa	Interpretación
a	Amplitud en x	Máximo desplazamiento horizontal respecto al centro de oscilación. Aumenta de 0.533 m a 0.711 m, así que al

Parámetro	Qué representa	Interpretación
		soltar desde mayor altura/amplitud, el movimiento horizontal es más amplio.
b	Frecuencia angular ω	Controla qué tan rápido oscila el sistema. Aquí está entre 0.865 y 0.869 s^{-1} , prácticamente constante.
c	Fase inicial	Indica en qué punto del ciclo estaba el péndulo cuando se tomó $t = 0$.
d	Desplazamiento vertical de la curva	Corrimiento del centro de oscilación en x . Como está muy cerca de cero, el origen horizontal está bien centrado.

Los ajustes senoidales muestran que la amplitud horizontal aumenta con la altura inicial de liberación, mientras que la frecuencia angular permanece casi constante. Esto implica que el periodo de oscilación varía muy poco entre las distintas amplitudes.

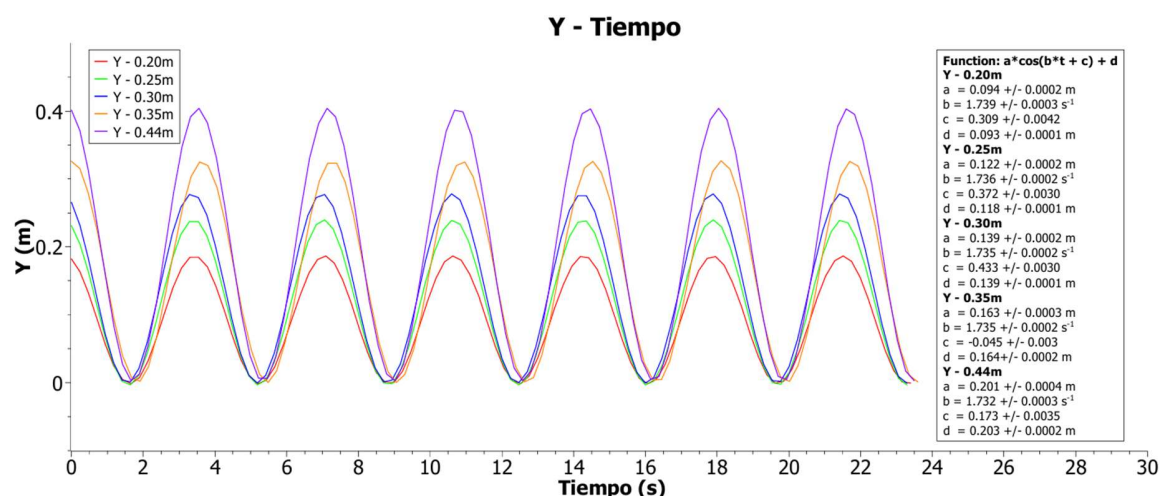


Figura 11. Ajustes senoidal en los datos obtenidos para la componente (Y)

Tabla 4. Muestra que representan los parámetros en las ecuaciones que describen la posición en la componente (Y) y la interpretación física que le damos

Parámetro	Representación	Interpretación
(a)	Amplitud vertical respecto al valor medio	Aumenta conforme aumenta la altura inicial: de 0.094 m hasta 0.201 m .

Parámetro	Representación	Interpretación
(b)	Frecuencia angular vertical	Que tan rápido oscila el sistema aquí casi constante: de 1.739 s^{-1} a 1.732 s^{-1} .
(c)	Fase inicial	Indica en qué parte del ciclo comenzó el análisis del video para $t=0$.
(d)	Corrimiento vertical o altura media	Indica la altura inicial en la que se soltó el sistema.

La gráfica $Y - t$ fue ajustada mediante una función cosenoidal de la forma $Y(t) = a \cos(bt + c) + d$. El parámetro a aumentó conforme se incrementó la altura inicial de liberación, como era esperado. Además, los valores de d fueron aproximadamente iguales a los de a , por lo que el mínimo de cada curva se mantuvo cercano a $Y = 0$, mientras que la altura máxima aumentó con la amplitud inicial. Por otro lado, el parámetro b , asociado con la frecuencia angular vertical, se mantuvo casi constante para todas las alturas, con valores entre 1.739 s^{-1} y 1.732 s^{-1} . Esto produjo un periodo vertical promedio de aproximadamente 3.62 s , con una variación relativa cercana al 0.40% . Este comportamiento muestra que el movimiento vertical conserva una periodicidad casi constante para diferentes amplitudes iniciales. Además, la frecuencia angular vertical resultó aproximadamente el doble de la frecuencia angular obtenida en $X - t$, por lo que el periodo vertical corresponde aproximadamente a la mitad del periodo horizontal. Esto se debe a que la coordenada vertical se repite dos veces durante una oscilación completa, al alcanzar alturas semejantes en ambos extremos del movimiento.

Conclusiones

A partir del comportamiento observado en el péndulo cicloidal, se identifica que la masa, al ser liberada desde el reposo a distintas alturas definidas por las guías cicloidales, alcanza una misma posición en el mismo instante de tiempo. Este resultado sugiere que el movimiento conserva una característica tautócrona, ya que el tiempo de llegada no depende significativamente de la altura inicial desde la cual se libera la masa.

De manera cuantitativa, el periodo del péndulo cicloidal presentó una variación de apenas 0.78% , mientras que el péndulo simple mostró una variación de 6.90% .

Esta diferencia revela el papel fundamental de la geometría cicloidal en la regularidad del movimiento y permite concluir que la forma de la trayectoria no solo condiciona el desplazamiento del péndulo, sino también la estabilidad temporal de su oscilación. Los resultados espaldan experimentalmente que el péndulo cicloidal se aproxima al comportamiento tautócrono, ya que su periodo permanece casi constante para distintas

alturas de liberación, mientras que el péndulo simple presenta una variación considerablemente mayor.

Bibliografía

[1] R. McEvoy, “Introducing the Precision Pendulum Clock,” en *Harrison Decoded: Towards a Perfect Pendulum Clock*, R. McEvoy y J. Betts, eds. Oxford: Oxford University Press, 2020, pp. 1–19. doi:10.1093/oso/9780198816812.003.0001.

[2] Huygens, C. (2007). *The pendulum clock, or the motion of pendulums adapted to clocks by geometrical demonstrations: Part One* (I. Bruce, Trans. & Annot.; obra original publicada en 1673). 17th Century Maths. <https://www.17centurymaths.com/contents/huygens/horologiumpart1.pdf>

[3] E. W. Weisstein, “Tautochrone Problem,” *MathWorld: A Wolfram Resource*, Wolfram Research, 2026. Consultado: 14 de mayo de 2026.

[4] SciDAVis Project, *The SciDAVis Handbook, documentación oficial del programa*, seccs. “What is SciDAVis?”, “Analysis → Fit Linear” y “Fitting to a line”, SciDAVis Project, *The SciDAVis Handbook, documentación oficial del programa*, seccs. “Non linear curve fit” y “Mathematical Functions”, pp. 79–81 y 115, consultada el 10 de junio de 2026.

[5] PASCO scientific. (s. f.). *Smart Timer manual: ME-8930* (Manual No. 012-06734A). PASCO scientific.

[6] Datos Obtenidos :
<https://drive.google.com/drive/folders/141ELpC9ryCgWZVDf5W6f6z5q-EZwGZGo?usp=sharing>